

ساختار کتاب

کتاب شب امتحان **ریاضی هشتم** از ۴ قسمت اصلی تشکیل شده است که به صورت زیر است:

۱- آزمون‌های نوبت اول: آزمون‌های شماره ۱ تا ۴ این کتاب مربوط به مباحث نوبت اول است که خودش به دو قسمت تقسیم می‌شود:
الف) آزمون‌های طبقه‌بندی شده: آزمون‌های شماره ۱ و ۲ را فصل به فصل طبقه‌بندی کرده‌ایم؛ بنابراین شما به راحتی می‌توانید پس از خواندن هر فصل از درس‌نامه، تعدادی سؤال را بررسی کنید. حواستان باشد این آزمون‌ها هم، ۲۰ نمره‌ای و مثل یک آزمون کامل هستند.
ب) آزمون‌های طبقه‌بندی نشده: آزمون‌های شماره ۳ و ۴ را طبقه‌بندی نکرده‌ایم تا دو آزمون نوبت اول مشابه آزمون‌ی باشد که معلمان از شما خواهد گرفت.
۲- آزمون‌های نوبت دوم: آزمون‌های شماره ۵ تا ۱۲ از کل کتاب و مطابق امتحان پایان سال طرح شده‌اند. این قسمت هم، خودش به ۲ بخش تقسیم می‌شود:

الف) آزمون‌های طبقه‌بندی شده: آزمون‌های شماره ۵ تا ۸ را که برای نوبت دوم طرح شده‌اند هم طبقه‌بندی کرده‌ایم. با این کار باز هم می‌توانید پس از خواندن هر فصل، تعدادی سؤال مرتبط با آن فصل را پاسخ دهید. هر کدام از این آزمون‌ها هم، ۲۰ نمره دارند؛ در واقع در این بخش، شما ۴ آزمون کامل را می‌بینید.

ب) آزمون‌های طبقه‌بندی نشده: آزمون‌های شماره ۹ تا ۱۲ را طبقه‌بندی نکرده‌ایم؛ پس، در این بخش با ۴ آزمون نوبت دوم، مشابه آزمون پایان سال معلمان مواجه خواهید شد.

۳- پاسخ‌نامه تشریحی آزمون‌ها: در پاسخ تشریحی آزمون‌ها، همه آن‌چه را که شما باید در امتحان بنویسید تا نمره کامل کسب کنید، برایتان نوشته‌ایم.

۴- درس‌نامه کامل شب امتحانی: این قسمت، برگ برنده شما نسبت به کسانی است که این کتاب را نمی‌خوانند 😊 در این قسمت، همه آن‌چه را که شما برای گرفتن نمره عالی در امتحان ریاضی هشتم نیاز دارید، تنها در ۲۰ صفحه آورده‌ایم، بخوانید و لذتش را ببرید!
یک راهکار: موقع امتحان‌های نوبت اول می‌توانید از سؤال‌های فصل ۱ تا ۵ آزمون‌های ۵ تا ۸ هم استفاده کنید!

فهرست

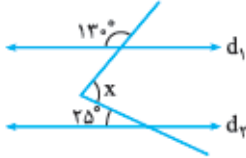
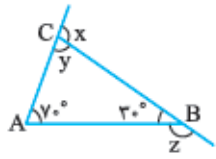
بازمبندی درس ریاضی هشتم


شماره فصل	نوبت اول	نوبت دوم
فصل اول	۴/۵ نمره	۱/۵ نمره
فصل دوم	۲/۵ نمره	۱ نمره
فصل سوم	۴/۵ نمره	۱/۵ نمره
فصل چهارم	۵ نمره	۱/۵ نمره
فصل پنجم	۳/۵ نمره	۱/۵ نمره
فصل ششم	-	۳/۵ نمره
فصل هفتم	-	۳/۵ نمره
فصل هشتم	-	۳ نمره
فصل نهم	-	۳ نمره
جمع	۲۰ نمره	۲۰ نمره

شماره صفحات	نوبت	آزمون	پاسخ‌نامه
۲۷	اول	۳	آزمون شماره ۱ (طبقه‌بندی شده)
۲۸	اول	۵	آزمون شماره ۲ (طبقه‌بندی شده)
۲۹	اول	۷	آزمون شماره ۳ (طبقه‌بندی نشده)
۳۰	اول	۹	آزمون شماره ۴ (طبقه‌بندی نشده)
۳۱	دوم	۱۱	آزمون شماره ۵ (طبقه‌بندی شده)
۳۲	دوم	۱۳	آزمون شماره ۶ (طبقه‌بندی شده)
۳۳	دوم	۱۵	آزمون شماره ۷ (طبقه‌بندی شده)
۳۴	دوم	۱۷	آزمون شماره ۸ (طبقه‌بندی شده)
۳۵	دوم	۱۹	آزمون شماره ۹ (طبقه‌بندی نشده)
۳۶	دوم	۲۱	آزمون شماره ۱۰ (طبقه‌بندی نشده)
۳۷	دوم	۲۳	آزمون شماره ۱۱ (طبقه‌بندی نشده)
۳۸	دوم	۲۵	آزمون شماره ۱۲ (طبقه‌بندی نشده)

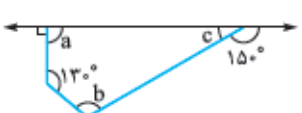
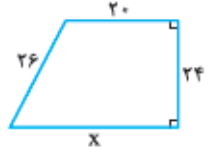
۴۰

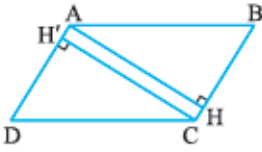
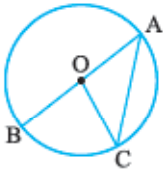
درس‌نامه توپ برای شب امتحان

ردیف	آزمون شماره ۱	ریاضی	نوبت اول	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	http://kheilisabz.com
نمره	پایه هشتم متوسطه اول				
	فصل اول				
۰/۵	کدام یک از اعداد زیر، گویا نیست؟	۱ <input type="checkbox"/> $-\sqrt{9+16}$	۲ <input type="checkbox"/> π	۳ <input type="checkbox"/> $\sqrt{16}$	۴ <input type="checkbox"/> $\sqrt{13^2-12^2}$
۱	در هر مربع علامت (+) یا (-) قرار دهید تا حاصل، کوچکترین مقدار ممکن شود. سپس حاصل عبارت را به دست آورید.				$(+3) \square (-9) \square (-5) =$
۱	معکوس قرینه عدد $3\frac{2}{7}$ را به دست آورید.				
۲	حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.				الف) $(\frac{4}{25} - \frac{6}{5}) \div \frac{1}{8} =$
					ب) $1 - (\frac{1}{5 \times (-\frac{5}{7})} \div \frac{1}{-\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}}) + 1 =$
	فصل دوم				
۰/۵	چهار برابر حاصل ضرب دو عدد اول، ۱۸۴ است. آن دو عدد کدام‌اند؟				
۱	شمارنده‌های اول عدد ۴۵۰۰ را مشخص کنید.				
۱	با استفاده از روش غربال، اعداد اول بین ۴۰ تا ۶۰ را مشخص کنید.				
	فصل سوم				
۱	با توجه به رابطه خط‌ها در هر قسمت، جاهای خالی را کامل کنید.				
					الف) $\left. \begin{matrix} a \perp b \\ a \perp c \end{matrix} \right\} \Rightarrow b \dots c$
					ب) $\left. \begin{matrix} d \parallel e \\ d \parallel f \end{matrix} \right\} \Rightarrow e \dots f$
۱	در شکل مقابل، دو خط d_1 و d_2 موازی هستند. مقدار x را مشخص کنید.				
۱/۵	در شکل مقابل، مقادیر x ، y و z را تعیین کنید.				
۱	یکی از زوایای داخلی یک مثلثی منتظم 162° است. تعداد محورهای تقارن در این چندضلعی را بیابید.				
	فصل چهارم				
۱/۵	حاصل عبارات زیر را، به ساده‌ترین شکل ممکن بنویسید.				
					الف) $(4a - 3b)^2 =$
					ب) $(4ab^2)^3 \times (2b)^2 =$
۰/۵	حاصل عبارت مقابل را به ازای $x = 2$ به دست آورید.				$-x^2 - x^2 =$
۱/۵	عبارت مقابل را پس از تجزیه، ساده کنید.				$\frac{4x^2y + 2xy^2}{8x^2y^2 + 4x^2y^2} =$
۱/۵	معادله مقابل را حل کنید.				$-x - \frac{2x-1}{3} = 1 - \frac{2x+1}{2}$

نمره	پایه هشتم متوسطه اول	آزمون شماره ۱	ریاضی	نوبت اول	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	http://kheilisabz.com
۱/۵		با توجه به بردارهای مقابل، بردار $\vec{a} - 2\vec{b}$ را رسم کنید.	۱۶			
۰/۵		حاصل عبارت زیر را به دست آورید.	۱۷			
	$\begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 10 \end{bmatrix} =$					
۰/۵		با توجه به بردارهای $\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، مختصات بردار $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ را به دست آورید.	۱۸			
۱		در تساوی زیر، مقدار x و y را به دست آورید.	۱۹			
	$\begin{bmatrix} 6 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3x - 2 \\ 4y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 13 \end{bmatrix}$					
۲۰	جمع نمرات	موفق باشید				

فصل پنجم

ریاضی	نوبت دوم	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	http://kheilisabz.com	
ردیف	آزمون شماره ۹			
نمره	پایه هشتم متوسطه اول			
۱	درستی یا نادرستی هر یک از جملات زیر را مشخص کنید.		۲	
	الف) مثلث متساوی الاضلاع مرکز تقارن ندارد.	<input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست		
	ب) با سه پاره خط به اندازه های ۱۲، ۷ و ۱۳ نمی توان یک مثلث قائم الزاویه ساخت.	<input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست		
	پ) $\sqrt{27}$ بین اعداد $\sqrt{26}$ و $\sqrt{28}$ قرار دارد.	<input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست		
	ت) اگر مجموع چند عدد را بر ۲ تقسیم کنیم، میانگین آن ها به دست می آید.	<input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست		
۲	هر یک از جملات زیر را با عدد و یا عبارت مناسب کامل کنید.		۲	
	الف) مقدار عددی عبارت $x^2 + y^2$ به ازای $x = 2$ و $y = 1$ برابر است.			
	ب) ۱۶ برابر عدد 8^2 ، به صورت عدد توان دار برابر با است.			
	پ) در جدول آماری، خط نشان با برابر است.			
	ت) در هر دایره، شعاع در نقطه تماس بر خط مماس است.			
۳	گزینه درست را انتخاب کنید.		۲	
	الف) حاصل عبارت $3 - (-2 - 1) \times 3$ کدام است؟	<input type="checkbox"/> ۵ (۱) <input type="checkbox"/> -۶ (۲) <input type="checkbox"/> ۱۲ (۳) <input type="checkbox"/> ۴ (۴) صفر		
	ب) کدام بردار، موازی محور عرض ها است؟	<input type="checkbox"/> $\vec{a} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$ (۱) <input type="checkbox"/> $\vec{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$ (۲) <input type="checkbox"/> $\vec{c} = \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix}$ (۳) <input type="checkbox"/> $\vec{d} = \begin{bmatrix} -2 \\ +3 \end{bmatrix}$ (۴)		
	پ) کدام یک از تساوی های زیر درست نیست؟	<input type="checkbox"/> $\sqrt{25} - 16 = 5 - 4$ (۱) <input type="checkbox"/> $\sqrt{25 \times 16} = 5 \times 4$ (۲) <input type="checkbox"/> $\sqrt{5} \times \sqrt{4} = \sqrt{20}$ (۳) <input type="checkbox"/> $\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$ (۴)		
	ت) یک تاس و یک سکه را هم زمان پرتاب می کنیم. احتمال این که سکه رو و تاس عددی اول بیاید چه قدر است؟	<input type="checkbox"/> $\frac{1}{3}$ (۱) <input type="checkbox"/> $\frac{1}{4}$ (۲) <input type="checkbox"/> $\frac{1}{6}$ (۳) <input type="checkbox"/> $\frac{2}{5}$ (۴)		
۴	حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.	$\left[\left(-\frac{1}{6} \right) - \left(\frac{+4}{6} \right) \right] \div \left(\frac{25}{28} \right) =$	۱	
۵	پنج برابر حاصل ضرب دو عدد اول، ۳۷۰ است. اختلاف دو عدد اول را به دست آورید.		۰/۵	
۶	عدد ۱۱۹ اول است یا مرکب؟ چرا؟		۰/۵	
۷	با توجه به شکل مقابل، اندازه زاویه های خواسته شده را مشخص کنید.		$a = \dots$ $b = \dots$ $c = \dots$	۱/۵
۸	عبارت جبری مقابل را ساده کنید.	$(a + b)^2 - (a - b)^2 =$	۱	
۹	معادله مختصاتی مقابل را حل کنید.	$-4\vec{i} - \vec{j} - 3\vec{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$	۱	
۱۰	در شکل مقابل، مقدار x را به دست آورید.		۱/۵	

نمره	ریاضی	نوبت دوم	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	http://kheilisabz.com
ردیف	آزمون شماره ۹			پایه هشتم متوسطه اول
۱۱	در شکل زیر، چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است. هم‌نهشتی مثلث‌های AHB و DH'C را اثبات کنید.			
۱۲	حاصل عبارت مقابل را به صورت توان‌دار بنویسید. $(x, y \neq 0)$	$\frac{(x^3)^4 \times y^3}{(xy^2)^5} =$		
۱۳	عدد $+2 - \sqrt{5}$ را روی محور اعداد نشان دهید.			
۱۴	میانگین اعداد مقابل را به دست آورید.	۱۰, -۱۰, -۷, ۱۵, ۲۲		
۱۵	دو سکه را هم‌زمان پرتاب می‌کنیم: الف) چند حالت داریم؟ ب) احتمال این که یکی رو و دیگری پشت بیاید چه قدر است؟			
۱۶	شعاع دایره‌ای ۵ سانتی‌متر و فاصله مرکز دایره تا خط d، ۴ سانتی‌متر است. وضعیت نسبی خط و دایره را رسم کنید و مشخص کنید خط و دایره در چند نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند؟			
۱۷	در شکل مقابل، O مرکز دایره و کمان CB برابر 80° است. اندازه زاویه‌ها و کمان خواسته شده را بنویسید.			
			$\widehat{AC} = \dots\dots$ $\hat{A} = \dots\dots$ $\hat{BOC} = \dots\dots$ $\hat{COA} = \dots\dots$	
۲۰	جمع نمرات	موفق باشید		

آزمون شماره ۹۵ (نوبت دوم)

۱- الف) درست، نقطه‌ای وجود ندارد که با چرخش 180° یک مثلث متساوی‌الاضلاع حول آن، روی خودش منطبق گردد بنابراین مرکز تقارن ندارد.

ب) درست، اندازه‌های داده‌شده در رابطه فیثاغورس صدق نمی‌کنند.

$$7^2 + 12^2 \neq 13^2$$

پ) درست، عدد ۲۷ بین ۲۶ و ۲۸ قرار دارد. بنابراین جذر آن نیز بین جذر همین دو عدد قرار دارد.

ت) نادرست، میانگین چند عدد برابر حاصل تقسیم مجموع آن‌ها بر تعداد آن‌ها است.

۲- الف) ۵، مقادیر داده‌شده را در عبارت جای‌گذاری می‌کنیم

$$x^2 + y^2 \xrightarrow[\substack{x=2 \\ y=1}]{} = 2^2 + 1^2 = 5$$

ب) 2^{10} ، اعداد داده‌شده را به صورت پایه‌ای از ۲ می‌نویسیم.

$$16 \times 8^2 = 2^4 \times (2^3)^2 = 2^4 \times 2^6 = 2^{10}$$

پ) فراوانی (ت) عمود

۳- الف) گزینه «۳»، با توجه به رعایت اولویت عملیات‌های ریاضی، داریم:

$$3 \times (\frac{-3}{-1}) - 3 = -9 - 3 = -12$$

ب) گزینه «۳»، برداری موازی محور عرض‌ها است که طول آن برابر صفر باشد.

پ) گزینه «۱»، دقت کنید ابتدا باید حاصل تفریق زیر رادیکال را به دست آورده و سپس جذر بگیریم.

ت) گزینه «۲»، در پرتاب سکه ۲ حالت و در پرتاب تاس ۶ حالت داریم پس کلاً 12

حالت داریم. در تاس اعداد ۲، ۳ و ۵ اول هستند، بنابراین $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ احتمال دارد سکه رو و تاس عددی اول بیاید.

۴- با توجه به اولویت عملیات‌های ریاضی، حاصل را به دست می‌آوریم.

$$[(-\frac{1}{6}) - (\frac{+4}{6})] \div (\frac{25}{28}) = \frac{-\cancel{1} \times \cancel{28}}{\cancel{6} \times \cancel{25}} = -\frac{14}{15}$$

۵- حاصل ضرب دو عدد برابر $\frac{37}{5} = 7.4$ است، که عددی زوج است. بنابراین یکی

از اعداد اول موردنظر ۲ و دیگری ۳۷ است که اختلاف آن‌ها ۳۵ است.

۶- بزرگ‌ترین عدد اولی که مجذور آن از ۱۱۹ بزرگ‌تر نیست، عدد ۷ است و چون ۱۱۹ بر ۷ بخش‌پذیر است بنابراین مرکب است.

۷- در شکل داده‌شده a مکمل 90° است، بنابراین $a = 90^\circ$.

از طرفی c مکمل 15° است، پس $c = 180^\circ - 15^\circ = 165^\circ$. هم‌چنین می‌دانیم مجموع زوایای داخلی یک چهارضلعی برابر 360° است بنابراین مقدار b برابر است

$$b = 360^\circ - (a + c + 130^\circ) = 360^\circ - (90^\circ + 165^\circ + 130^\circ) = 110^\circ$$

۸- ابتدا حاصل هر یک از پرانتزها را حساب می‌کنیم:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

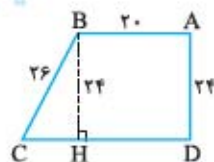
$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2) = 4ab$$

۹- با توجه به بردارهای واحد مختصات، داریم:

$$-4\vec{i} - \vec{j} - 3\vec{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} \Rightarrow -4 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} - 3\vec{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} = 3\vec{x} \Rightarrow \begin{bmatrix} -6 \\ 1 \end{bmatrix} = 3\vec{x} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} -2 \\ \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$



۱۰- پاره خط BH را موازی با AD و عمود بر CD رسم می‌کنیم. با استفاده از رابطه فیثاغورس در مثل قائم‌الزاویه BHC، مقدار CH را به دست می‌آوریم.

$$CH^2 + BH^2 = BC^2 \Rightarrow CH^2 + 24^2 = 26^2 \Rightarrow CH = 10$$

$$x = \overline{CD} = \overline{CH} + \overline{HD} \Rightarrow x = \overline{CD} = 10 + 20 = 30$$

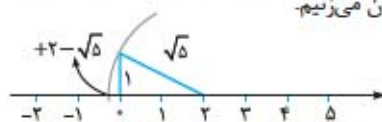
۱۱- می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع زوایای روبه‌رو و اضلاع روبه‌رو با هم مساوی هستند.

$$\left. \begin{array}{l} AB = DC \text{ (وتر)} \\ \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \\ \hat{B} = \hat{D} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وز}} \triangle AHB \cong \triangle DH'C$$

۱۲- با در نظر گرفتن قوانین ضرب و تقسیم اعداد توان دار حاصل را به دست می‌آوریم.

$$\frac{(x^2)^4 \times y^3}{(xy^2)^5} = \frac{x^{12} \times y^3}{x^5 y^{10}} = \frac{x^7}{y^7} = \left(\frac{x}{y}\right)^7$$

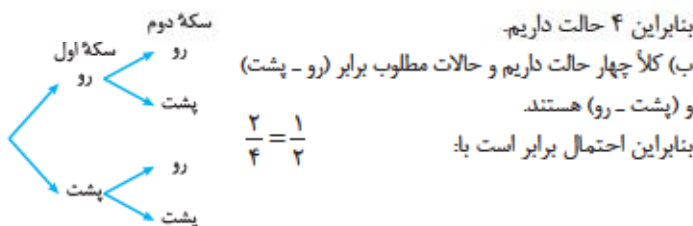
۱۳- با شروع از نقطه +۲، مثلث قائم‌الزاویه‌ای را تشکیل می‌دهیم که طول وتر آن برابر $\sqrt{5}$ است و در جهت منفی محور کمان می‌زنیم.



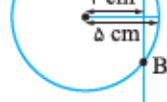
۱۴- مجموع اعداد داده‌شده را بر تعداد آن‌ها تقسیم می‌کنیم:

$$\text{مجموع میانگین} = \frac{30}{5} = 6 \quad \text{مجموع} = 10 + (-10) + (-7) + 15 + 22 = 30$$

۱۵- الف) کل حالات با توجه به نمودار درختی برابر است با:



۱۶- فاصله خط d و مرکز دایره از شعاع کوچک‌تر است. بنابراین خط و دایره متقاطع هستند و یکدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند.



۱۷- کمان AB برابر نیم‌دایره است. پس: $\widehat{AC} = 180^\circ - \widehat{BC} = 100^\circ$

زاویه A، زاویه محاطی روبه‌روی کمان BC است، بنابراین: $\hat{A} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$

زاویه BOC، زاویه مرکزی روبه‌روی کمان BC است، پس: $\hat{BOC} = 100^\circ$

زاویه COA، زاویه مرکزی روبه‌روی کمان AC است، بنابراین: $\hat{COA} = 100^\circ$

درس نامه

برای شب امتحان



فصل ۱

عددهای صحیح و گویا

عددهای طبیعی

عددهای $1, 2, 3, 4, \dots$ را عددهای طبیعی می‌گوییم و مجموعهٔ اعداد طبیعی را با \mathbb{N} نمایش می‌دهیم.

نکته کوچک‌ترین عدد طبیعی ۱ است و بزرگ‌ترین عدد طبیعی نامشخص می‌باشد.

عددهای صحیح

عددهای $\dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots$ را عددهای صحیح می‌گوییم و مجموعهٔ اعداد صحیح را با \mathbb{Z} نمایش می‌دهیم.

مثال

کدام یک از اعداد زیر صحیح است؟ (مشابه تمرین صفحه ۵ کتاب درسی)

$$\frac{3}{14} \quad (4) \quad \frac{-1}{2} \quad (3) \quad \sqrt{27} \quad (2) \quad \frac{7}{4} \quad (1)$$

پاسخ گزینهٔ «۳» هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ (۱): مقدار $\frac{7}{4}$ برابر $\frac{3}{5}$ می‌باشد که عددی صحیح نیست. *

گزینهٔ (۲): $\sqrt{27}$ دارای جذر صحیح نمی‌باشد بنابراین عددی صحیح نیست. *

گزینهٔ (۳): $\frac{-1}{2}$ برابر -5 می‌باشد که عددی صحیح است. ✓

گزینهٔ (۴): $\frac{3}{14}$ عددی اعشاری است و صحیح نیست. *

نکات اعداد صحیح

نکتهٔ ۱ با کمی دقت به مجموعهٔ اعداد صحیح و طبیعی می‌توان گفت که هر

عدد طبیعی، عددی صحیح است.

نکتهٔ ۲ اعداد صحیح شامل اعداد مثبت (همان اعداد طبیعی)، عدد صفر و اعداد

منفی (قرینهٔ اعداد طبیعی) است. توجه کنید که عدد صفر نه مثبت است و نه منفی،

در واقع می‌توان گفت صفر بدون علامت است.

$$\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$$

اعداد منفی بدون علامت اعداد مثبت

نکتهٔ ۳ چون اعداد صحیح از دو طرف (هم مثبت‌ها و هم منفی‌ها) ادامه‌دار

است، بنابراین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد صحیح نامشخص است.

نکتهٔ ۴ اعداد مثبت از صفر بزرگ‌تر و اعداد منفی از صفر کوچک‌تر هستند و

نیز اعداد منفی هر چه مقدار بزرگ‌تری داشته باشند، دارای ارزش کم‌تری هستند.

$-2 < -1$, $-9 < -3$ به سمت بزرگ‌تر شدن اعداد



نکتهٔ ۵ اگر علامت عددی را تغییر دهیم آن عدد قرینه می‌شود.

$$+10 = -(-10) = -10, \quad -2 = -(+2) = +2$$

تذکره در قرینه‌کردن، اگر تعداد علامت‌های منفی زوج بود، علامت نهایی

مثبت و اگر تعداد منفی‌ها فرد بود، علامت نهایی منفی می‌شود.

$$-(-(-3)) = -3, \quad -(-7) = +7$$

مثال

درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید.

(الف) تعداد اعداد صحیح بزرگ‌تر از -5 بی‌شمار است.

(ب) کوچک‌ترین عدد صحیح منفی دورقمی عدد -10 است.

پاسخ (الف) اعداد صحیح بزرگ‌تر از -5 عبارت‌اند از: $-4, -3, -2, \dots$ و ... که

تعداد آن‌ها بی‌شمار است؛ بنابراین عبارت درست است.

(ب) می‌دانیم اعداد منفی هر چه مقدار بزرگ‌تری داشته باشند، دارای ارزش

کم‌تری هستند. بنابراین کوچک‌ترین عدد صحیح منفی دورقمی عدد -99

است و عبارت نادرست است.

جمع اعداد صحیح

برای سهولت در جمع دو عدد صحیح، معمولاً دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

الف عددها هم‌علامت باشند: در این حالت عددها را با هم جمع کرده و در آخر یکی از

علامت‌ها را برای حاصل جمع قرار می‌دهیم. $-5 + (-6) = -(5+6) = -11$

ب عددها هم‌علامت نباشند: در این حالت اختلاف دو عدد را بدون در نظر

گرفتن علامت آن‌ها حساب می‌کنیم و در آخر علامت عددی را که مقدار آن بیشتر

است برای حاصل قرار می‌دهیم. $(-9) + (+5) = -(9-5) = -4$

تفریق اعداد صحیح

برای راحتی در تفریق دو یا چند عدد صحیح، ابتدا عمل تفریق را به جمع تبدیل

کرده و سپس با توجه به حالت‌هایی که در جمع اعداد صحیح گفتیم، عمل می‌کنیم.

$$-5 - 7 = (-5) + (-7) = -(5+7) = -12$$

مثال

حاصل عبارت $24 - 4 + 6 - 8 + \dots - 2$ را به دست آورید.

پاسخ حاصل تفریق هر دو عدد متوالی برابر -2 است و نیز تعداد اعداد زوج

از 2 تا 24 برابر 12 تا است؛ بنابراین: تعداد دسته‌ها: $6 = \frac{12}{2}$

$$\text{حاصل عبارت: } 6 \times (-2) = -12$$

ضرب و تقسیم عددهای صحیح

ابتدا علامت حاصل را تعیین کرده سپس اعداد را بدون در نظر گرفتن علامت

در هم ضرب و یا بر هم تقسیم می‌کنیم.

مثال

حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{(-12) \times (+21)}{(+35) \times (-44)}$$

پاسخ ابتدا علامت حاصل را تعیین می‌کنیم.

$$\frac{(-) \times (+)}{(+)} = \frac{(-)}{(-)} = +$$

بنابراین علامت حاصل عبارت مثبت است و داریم:

$$+\frac{12 \times 21}{35 \times 44} = \frac{9}{55}$$

اولویت انجام عملیات

اولویت انجام اعمال ریاضی به صورت زیر است:

- ۱ پرانتز (اگر چند پرانتز داشته باشیم از داخلی‌ترین شروع می‌کنیم)
- ۲ توان و جذر
- ۳ ضرب و تقسیم (از سمت چپ)
- ۴ جمع و تفریق

مثال

حاصل عبارت $5^2 - 2^5 \times (82 - 9 \times 3^2)$ را به دست آورید.

(مشابه تمرین صفحه ۵ کتاب درسی)

پاسخ

با توجه به رعایت ترتیب عملیات داریم:

$$5^2 - 2^5 \times (82 - 9 \times 3^2) = 25 - 32 \times (82 - 9 \times 9) \\ = 25 - 32 \times (82 - 81) = 25 - 32 = -7$$

عددهای گویا

به هر عدد، که بتوانیم به صورت کسر $\frac{a}{b}$ (که در آن a و b عددهای صحیح باشند و $b \neq 0$) بنویسیم، عدد گویا می‌گوییم.

نکته هر عدد صحیح یا هر عدد طبیعی، یک عدد گویا است.

نکته اعداد رادیکالی که دارای جذر صحیح نیستند، گویا نمی‌باشند.

مثال

کدام یک از گزینه‌های زیر عددی گویا نیست؟

۱) 5 ۲) $\sqrt{25}$ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) $-\frac{1}{2}$

پاسخ گزینه «۳» هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه (۱): گویا است، زیرا ۵ عددی طبیعی است و هر عدد طبیعی گویا است.

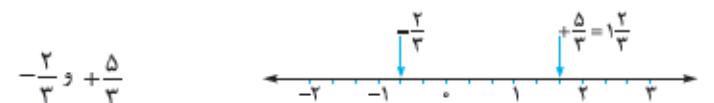
گزینه (۲): گویا است، $\sqrt{25}$ برابر ۵ است و دارای جذر دقیق می‌باشد.

گزینه (۳): گویا نیست، $\sqrt{2}$ دارای جذر دقیق نیست؛ بنابراین گویا نمی‌باشد.

گزینه (۴): گویا است، صورت و مخرج کسر، عددهای صحیح هستند.

نکات اعداد گویا

نکته ۱ برای نشان دادن یک عدد گویا روی محور اعداد، باید هر واحد را به مقدار عدد مخرج عدد گویای داده‌شده تقسیم‌بندی کرد و با توجه به علامت عدد گویا، محل آن را روی محور اعداد مشخص می‌کنیم.



با توجه به مخرج کسره‌های داده‌شده هر واحد را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کردیم.

نکته ۲ علامت منفی پشت یک کسر متعلق به کل کسر می‌باشد یعنی می‌توان

$$-\frac{2}{3} = \frac{-2}{3} = \frac{2}{-3}$$

آن را به صورت یا مخرج اختصاص داد.

نکته ۳ قرینه اعداد گویا مانند قرینه اعداد صحیح می‌باشند یعنی فاصله هر

عدد گویا تا صفر برابر است با فاصله قرینه آن تا صفر و برای به دست آوردن

قرینه، علامت کسر را تغییر می‌دهیم. $1\frac{3}{4} = -1\frac{3}{4}$ قرینه $-\frac{2}{7} = \frac{2}{7}$ قرینه

نکته ۴ بین هر دو عدد گویای غیر مساوی، بی‌شمار عدد گویا وجود دارد که

بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین آن‌ها مشخص نیست.

مثال

بین دو عدد $3\frac{2}{5}$ و $-7\frac{1}{14}$ چند عدد صحیح وجود دارد؟

پاسخ عدد $3\frac{2}{5}$ بین ۳ و ۴ قرار دارد و عدد $-7\frac{1}{14}$ بین -۷ و -۸ است.

در زیر، محل تقریبی این دو عدد گویا روی محور نشان داده شده است.



اعداد صحیح بین دو عدد گویای داده‌شده از -۷ تا +۳ هستند، که ۱۱ تا می‌باشند.

کسره‌های مساوی

اگر صورت و مخرج یک کسر را در عددی غیر از صفر ضرب و یا بر آن تقسیم کنیم، کسری مساوی آن به دست می‌آید.

$$\frac{9}{15} = \frac{3}{5} \quad \frac{3}{4} = -\frac{15}{x} \Rightarrow x = 20$$

ساده کردن کسرها

اگر صورت و مخرج یک کسر را بر ب.م.م آن‌ها تقسیم کنیم، آن کسر تا حد امکان ساده شده است.

مثال

عبارت مقابل را تا حد امکان ساده کنید.

$$\frac{-92}{-115}$$

پاسخ در گام اول دقت کنید علامت کسر مثبت است و در ادامه می‌دانیم

$23 = (92, 115)$ ، بنابراین صورت و مخرج را بر ۲۳ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{-92}{-115} = \frac{92 \div 23}{115 \div 23} = \frac{4}{5}$$

مقایسه دو کسر

برای مقایسه دو کسر با علامت مثبت، معمولاً مخرج‌ها را یکسان می‌کنیم. برای این کار، با توجه به ک.م.م مخرج دو کسر داده‌شده، کسره‌های مساوی آن‌ها را می‌نویسیم و کسری که صورت بزرگ‌تری دارد، بزرگ‌تر است؛ اما اگر علامت دو کسر منفی باشد در مرحله آخر، کسر با صورت بزرگ‌تر را به عنوان کسر کوچک‌تر

انتخاب می‌کنیم. $-\frac{2}{9} = -\frac{14}{63} < -\frac{2}{7} = -\frac{18}{63}$

نکته کسره‌های با علامت مثبت همواره از کسره‌های با علامت منفی بزرگ‌ترند.

نوشتن چند کسر بین دو کسر

می‌دانیم بین هر دو کسر (عدد گویا) بی‌شمار کسر وجود دارد که برای نوشتن تعداد دلخواهی از آن‌ها این‌طور عمل می‌کنیم که ابتدا بین دو کسر مخرج مشترک گرفته، سپس صورت و مخرج کسرها را در یکی بیشتر از تعداد مورد نیاز ضرب می‌کنیم.

مثال

دو کسر بین اعداد $\frac{2}{7}$ و $\frac{3}{4}$ بنویسید.

پاسخ ابتدا بین دو کسر مخرج مشترک می‌گیریم: $\frac{2}{7} = \frac{8}{28}$ ، $\frac{3}{4} = \frac{21}{28}$

حال می‌توانیم از کسره‌های $\frac{9}{28}$ ، $\frac{10}{28}$ و $\frac{20}{28}$ ، دو کسر را به دلخواه انتخاب کرد.

جمع و تفریق عددهای گویا

الف) روی محور

با توجه به تقسیم‌بندی هر واحد روی محور اعداد صحیح به قسمت‌های کوچک‌تر، متناظر با هر حرکت، می‌توان یک عدد گویا نوشت؛ در نتیجه برای حرکت‌های متوالی روی محور می‌توان یک جمع متناظر نوشت و برای نوشتن تفریق اعداد گویا، مانند اعداد صحیح می‌توانیم عدد اول را با قرینه عدد دوم جمع کنیم.

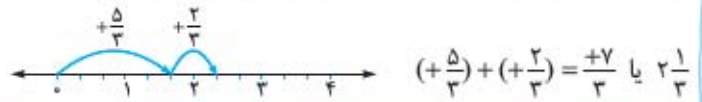
تفریق زیر را روی محور اعداد نشان دهید و حاصل را بنویسید.

$$\left(+\frac{5}{3}\right) - \left(-\frac{2}{3}\right)$$

پاسخ ابتدا تفریق داده شده را به جمع تبدیل می‌کنیم:

$$\left(+\frac{5}{3}\right) - \left(-\frac{2}{3}\right) = \left(+\frac{5}{3}\right) + \left(+\frac{2}{3}\right)$$

حال هر یک از واحدهای محور اعداد صحیح را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کرده و متناظر با هر عدد گویا، در جهت علامت آن حرکت می‌کنیم:



(ب) روش محاسباتی

ابتدا علامت مخرج‌ها را مثبت می‌کنیم، سپس ک.م.م مخرج‌ها را به عنوان مخرج مشترک در نظر گرفته و در نهایت حاصل جمع یا تفریق صورت‌ها را محاسبه می‌کنیم.

حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\left(+\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right)$$

پاسخ با توجه به ک.م.م دو عدد ۳ و ۴ بین دو کسر، مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\left(+\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{3}{12} - \frac{8}{12} = -\frac{5}{12}$$

ضرب اعداد گویا

برای ضرب عددهای گویا ابتدا علامت حاصل را مشخص کرده سپس صورت‌ها را در هم و مخرج‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.

$$\left(-\frac{1}{10}\right) \times \left(+\frac{8}{12}\right) = -\frac{1}{\cancel{10}_5} \times \frac{\cancel{8}_4}{\cancel{12}_3} = -\frac{1}{15}$$

معکوس یک عدد گویا

اگر جای صورت و مخرج یک کسر را عوض کنیم، معکوس آن به دست می‌آید. عدد صفر، تنها عددی است که معکوس ندارد.

$$\frac{1}{7} \xrightarrow{\text{معکوس}} 7 \quad \frac{4}{3} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{3}{4}$$

نکته حاصل ضرب هر عدد غیر از صفر در معکوس خود، برابر ۱ است.

قرینه معکوس $-\frac{3}{5}$ را به دست آورید.

(مشابه‌کار در کلاس صفحه ۱۶ کتاب درسی)

پاسخ ابتدا عدد مخلوط داده شده را به کسر تبدیل می‌کنیم و سپس آن را معکوس و در نهایت قرینه می‌کنیم:

$$-\frac{3}{5} = -\frac{12}{20} \xrightarrow{\text{معکوس}} -\frac{20}{12} \xrightarrow{\text{قرینه}} \frac{20}{12}$$

تقسیم اعداد گویا

برای تقسیم عددهای گویا ابتدا علامت حاصل را مشخص کرده، سپس کسر اول را نوشته و آن را در معکوس کسر دوم، ضرب می‌کنیم.

$$\left(-\frac{14}{19}\right) \div \left(-\frac{28}{18}\right) = +\frac{\cancel{14}_7}{19} \times \frac{\cancel{28}_7}{\cancel{18}_2} = \frac{9}{19}$$

نکته در ضرب و تقسیم اعداد مخلوط، ابتدا اعداد مخلوط را به کسر تبدیل می‌کنیم.

نکته برای محاسبه حاصل عبارت‌های گویا، با رعایت تمام مواردی که درباره چهار عمل اصلی روی اعداد گویا ذکر شد، به اولویت انجام عملیات ریاضی نیز توجه می‌کنیم.

فصل ۲
عددهای اول

شمارندهای طبیعی یک عدد

به اعداد طبیعی که عدد a ، بر آن‌ها بخش پذیر است، شمارنده‌های عدد a می‌گوییم. $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ = شمارنده‌های ۱۲

اعداد طبیعی را با توجه به تعداد شمارنده‌های آن‌ها می‌توان به سه دسته زیر تقسیم کرد:

- الف اعداد اول
- ب اعداد مرکب
- پ عدد یک

الف) اعداد اول

هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک، که هیچ شمارنده طبیعی به جز یک و خودش نداشته باشد، عدد اول نامیده می‌شود؛ مانند: ۳، ۷، ۱۱، ۱۷، ۱۹، ۲۳، ۲۹، ۳۱، ۳۷، ۴۱، ۴۳، ۴۷، ۵۳، ۵۹، ۶۷، ۷۱، ۷۳، ۷۹، ۸۳، ۸۹، ۹۷، ۱۰۱، ۱۰۳، ۱۰۷، ۱۰۹، ۱۱۳، ۱۲۷، ۱۳۱، ۱۳۷، ۱۳۹، ۱۴۳، ۱۴۹، ۱۵۱، ۱۵۷، ۱۶۱، ۱۶۷، ۱۷۳، ۱۷۹، ۱۸۱، ۱۸۷، ۱۹۱، ۱۹۷، ۱۹۹، ...

مثال

کدام عدد فقط دو شمارنده دارد؟

- ۵۷ (۱)
- ۴۶ (۲)
- ۵۹ (۳)
- ۵۸ (۴)

پاسخ گزینه «۳» گزینه (۱) بر ۳ و گزینه‌های (۲) و (۴) بر ۲ بخش پذیر هستند؛ بنابراین اول نیستند اما گزینه (۳) اول است زیرا ۵۹ تنها بر ۱ و خودش بخش پذیر است.

نکات اعداد اول

نکته ۱ هر عدد اول تنها دارای دو شمارنده است، یکی عدد ۱ و دیگری خود عدد، بنابراین هر عدد اول را نمی‌توان به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک نوشت.

نکته ۲ تعداد عددهای اول بی‌شمار است که اولین و کوچک‌ترین آن‌ها عدد ۲ و بزرگ‌ترین آن‌ها نامشخص است.

نکته ۳ عدد ۲، تنها عدد اول زوج است و بقیه اعداد اول، فرد هستند.

نکته ۴ هر عدد اول، فقط یک شمارنده اول و یک مضرب اول دارد که آن هم خود عدد است.

نکته ۵ از آن‌جا که مجموع و اختلاف یک عدد فرد و یک عدد زوج همواره عددی فرد است، بنابراین اگر مجموع یا اختلاف دو عدد اول، عددی فرد شود، می‌توان گفت یکی از آن اعداد حتماً ۲ است.

مثال

مجموع دو عدد اول ۴۹ می‌باشد، عدد بزرگ‌تر کدام است؟

پاسخ از آن‌جا که مجموع دو عدد اول، عددی فرد شده است، بنابراین یکی از آن حتماً ۲ است؛ بنابراین عدد بزرگ‌تر ۴۷ می‌باشد.

ب) اعداد مرکب

هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک که غیر از خودش و یک، شمارنده‌های طبیعی دیگری داشته باشد و یا به عبارت دیگر اول نباشد، مرکب است؛ مانند: ۶، ۲۱، ۲۵ و ...

نکات اعداد مرکب

نکته ۱ از آن‌جا که اعداد مرکب بیشتر از دو شمارنده دارند می‌توان آن‌ها را به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک نوشت.

نکته ۲ تمامی مضرب‌های طبیعی یک عدد اول، به غیر از خودش مرکب هستند؛ هم‌چنین تمامی مضارب طبیعی یک عدد مرکب، مرکب هستند.

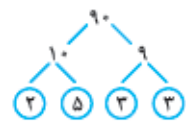
نکته ۳ برای تجزیه هر عدد مرکب باید آن را به صورت ضرب دو یا چند شمارنده اول نوشت (برای تجزیه اعداد مرکب از نمودار درختی استفاده می‌کنیم).

مثال

عدد ۹۰ چند شمارنده اول دارد؟

پاسخ با استفاده از رسم نمودار درختی، شمارنده‌های

اول عدد ۹۰ را تعیین می‌کنیم:



بنابراین شمارنده‌های اول ۹۰ اعداد ۲، ۳، ۵ و ۷ هستند.